1　△ABC において，$AB=2\sqrt{2}$，$AC=\sqrt{5}$，$\angle ABC=45^\circ$ とする。

このとき $BC=\boxed{\text{ア}}$　または　$BC=\boxed{\text{イ}}$ である。ただし，$\boxed{\text{ア}}<\boxed{\text{イ}}$ とする。

以下，$BC=\boxed{\text{イ}}$ の場合を考える。

(1)　点 C から辺 AB に下ろした垂線と辺 AB との交点を D とすると

$BD=\dfrac{\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

また，△ADC の外接円と辺 BC との交点で点 C とは異なる点を E とすると，

$\angle AEB=\boxed{\text{カキ}}^\circ$ であるから，$BE=\boxed{\text{ク}}$ である。

(2)　△ABC の外接円の中心を O とすると，$BO=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

次の $\boxed{\text{シ}}$ には下の ⓪ ～ ③ から，$\boxed{\text{タ}}$ には下の ④ ～ ⑦ から当てはまるものを一つずつ選べ。

△BDE と △BCA において，$\dfrac{BE}{BA}=\dfrac{BD}{BC}$ であり，∠ABC は共通であるから

$\angle BCA=\angle\boxed{\text{シ}}$，$DE=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{スセ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

直線 BO と △ABC の外接円との交点で点 B とは異なる点を P とすると，

$\angle ACP=\angle\boxed{\text{タ}}$ である。

⓪　BED	①　BDE	②　BOA	③　BAC
④　ADC	⑤　CAP	⑥　AOP	⑦　ABP

また，$\angle BCP=\boxed{\text{チツ}}^\circ$ である。

したがって，線分 BP と線分 DE との交点を Q とすると，$\angle BCA+\angle ACP=\angle BCP$ であることから，$\angle BQD=\boxed{\text{テト}}^\circ$ であることがわかる。

よって，△BOD の面積と△BOE の面積の和は $\dfrac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ である。

解答　（ア）1　（イ）3　$\dfrac{(\text{ウ})\sqrt{(\text{エ})}}{(\text{オ})}$　$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$　（カキ）90　（ク）2

$\dfrac{\sqrt{(\text{ケコ})}}{(\text{サ})}$　$\dfrac{\sqrt{10}}{2}$　（シ）①　$\dfrac{\sqrt{(\text{スセ})}}{(\text{ソ})}$　$\dfrac{\sqrt{10}}{2}$　（タ）⑦　（チツ）90

（テト）90　$\dfrac{(\text{ナ})}{(\text{ニ})}$　$\dfrac{5}{4}$

2　△ABC において，$AB=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，$AC=\dfrac{1}{3}$，$\sin\angle ACB=\dfrac{3}{5}$ とする。

(1)　△ABC の外接円の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

$\cos\angle ACB=\pm\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ であるから，$BC=\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ または $BC=\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(2)　以下では $BC=\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ とする。

このとき，$\tan\angle ACB=\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$，$\cos\angle BAC=\dfrac{\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。また，

△ABC の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タチ}}}$ である。

△ABC の外接円の，点 A での接線と点 B での接線の交点を P とし，点 A での接線と点 C での接線の交点を Q とする。△ABC の外接円の中心を O とし，線分 OP と辺 AB の交点を R，線分 OQ と辺 AC の交点を S とする。このとき，∠AOB と ∠ACB の関係から $\tan\angle AOP=\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$，$AP=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ト}}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

また，四角形 ORAS の内角 ∠ROS については，$\cos\angle ROS=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

解答　$\dfrac{\sqrt{(\text{ア})}}{(\text{イ})}$　$\dfrac{\sqrt{5}}{6}$　$\dfrac{(\text{ウ})}{(\text{エ})}$　$\dfrac{4}{5}$　$\dfrac{(\text{オ})}{(\text{カキ})}$　$\dfrac{2}{15}$　$\dfrac{(\text{ク})}{(\text{ケ})}$　$\dfrac{2}{3}$　$\dfrac{(\text{コ})}{(\text{サ})}$　$\dfrac{3}{4}$

$\dfrac{(\text{シ})\sqrt{(\text{ス})}}{(\text{セ})}$　$\dfrac{-\sqrt{5}}{5}$　$\dfrac{(\text{ソ})}{(\text{タチ})}$　$\dfrac{1}{15}$　$\dfrac{(\text{ツ})}{(\text{テ})}$　$\dfrac{3}{4}$　$\dfrac{\sqrt{(\text{ト})}}{(\text{ナ})}$　$\dfrac{\sqrt{5}}{8}$

$\dfrac{\sqrt{(\text{ニ})}}{(\text{ヌ})}$　$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$