1 △ABC において，AB＝4，BC＝7，AC＝5 とする。

このとき，$\cos\angle \mathrm{BAC}=-\dfrac{1}{5}$，$\sin\angle \mathrm{BAC}=\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$ である。

△ABC の内接円の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

この内接円と辺 AB との接点を D，辺 AC との接点を E とする。

$\mathrm{AD}=\boxed{\text{ウ}}$，$\mathrm{DE}=\dfrac{\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

線分 BE と線分 CD の交点を P，直線 AP と辺 BC の交点を Q とする。

$\dfrac{\mathrm{BQ}}{\mathrm{CQ}}=\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ であるから，$\mathrm{BQ}=\boxed{\text{コ}}$ であり，△ABC の内心を I とすると

$\mathrm{IQ}=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

また，直線 CP と △ABC の内接円との交点で D とは異なる点を F とすると

$\cos\angle \mathrm{DFE}=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{スセ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

解答 $\dfrac{\sqrt{(\text{ア})}}{(\text{イ})}$ $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ （ウ） 1 $\dfrac{(\text{エ})\sqrt{(\text{オカ})}}{(\text{キ})}$ $\dfrac{2\sqrt{15}}{5}$ $\dfrac{(\text{ク})}{(\text{ケ})}$ $\dfrac{3}{4}$ （コ） 3
$\dfrac{\sqrt{(\text{サ})}}{(\text{シ})}$ $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ $\dfrac{\sqrt{(\text{スセ})}}{(\text{ソ})}$ $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$

2 △ABC において AB＝2，AC＝1，∠A＝90° とする。

∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とすると，$\mathrm{BD}=\dfrac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

点 A を通り点 D で辺 BC に接する円と辺 AB との交点で A と異なるものを E とすると，

$\mathrm{AB}\cdot\mathrm{BE}=\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ であるから，$\mathrm{BE}=\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

次の $\boxed{\text{コ}}$ には下の ⓪～② から，$\boxed{\text{サ}}$ には ③・④ から当てはまるものを一つずつ選べ。

$\dfrac{\mathrm{BE}}{\mathrm{BD}}\ \boxed{\text{コ}}\ \dfrac{\mathrm{AB}}{\mathrm{BC}}$ であるから，直線 AC と直線 DE の交点は辺 AC の端点 $\boxed{\text{サ}}$ の側の延長上にある。

⓪ $<$　① $=$　② $>$　③ A　④ C

その交点を F とすると，$\dfrac{\mathrm{CF}}{\mathrm{AF}}=\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ であるから，$\mathrm{CF}=\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

したがって，BF の長さが求まり，$\dfrac{\mathrm{CF}}{\mathrm{AC}}=\dfrac{\mathrm{BF}}{\mathrm{AB}}$ であることがわかる。

次の $\boxed{\text{タ}}$ には下の ⓪～③ から当てはまるものを一つ選べ。

点 D は △ABF の $\boxed{\text{タ}}$。

⓪ 外心である　① 内心である　② 重心である
③ 外心，内心，重心のいずれでもない

解答 $\dfrac{(\text{ア})\sqrt{(\text{イ})}}{(\text{ウ})}$ $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$ $\dfrac{(\text{エオ})}{(\text{カ})}$ $\dfrac{20}{9}$ $\dfrac{(\text{キク})}{(\text{ケ})}$ $\dfrac{10}{9}$ （コ） ⓪ （サ） ④
$\dfrac{(\text{シ})}{(\text{ス})}$ $\dfrac{5}{8}$ $\dfrac{(\text{セ})}{(\text{ソ})}$ $\dfrac{5}{3}$ （タ） ①