1 a，b は実数で，$P(x)$ と $Q(x)$ はそれぞれ 2 次と 3 次の整式であるとする。
$Q(x)$ は $P(x)$ で割り切れて，商が $x+a$ であるとする。このとき，
$Q(x)=\left(x+\boxed{\text{ア}}\right)P(x)$ が成り立つ。さらに，$\{P(x)\}^2$ を $Q(x)$ で割ったとき，商が
$x+b$，余りが $P(x)$ であるとする。このとき，$\{P(x)\}^2=\left(x+\boxed{\text{イ}}\right)Q(x)+P(x)$ が
成り立つ。上の二つの等式から，$\{P(x)\}^2=\left\{\left(x+\boxed{\text{ア}}\right)\left(x+\boxed{\text{イ}}\right)+\boxed{\text{ウ}}\right\}P(x)$ と
なる。したがって，$P(x)=x^2+\left(a+\boxed{\text{エ}}\right)x+\boxed{\text{オ}}b+\boxed{\text{カ}}$ である。
方程式 $Q(x)=0$ の三つの解を α，β，γ とする。
$\alpha+\beta+\gamma=-5$ のとき，$b=\boxed{\text{キク}}a+\boxed{\text{ケ}}$ ……① であり，このとき，$Q(x)=0$ が
虚数解をもつような a のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{コ}}<a<\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。
一方，$\alpha\beta\gamma=-6$ のとき，$b=\dfrac{-a+\boxed{\text{ス}}}{a^{\boxed{\text{セ}}}}$ ……② である。
① と ② がともに成り立つとき，$\boxed{\text{ソ}}a^3-\boxed{\text{タ}}a^2-a+\boxed{\text{チ}}=0$ ……③ であり，
③ を満たす a の値は $\boxed{\text{ツテ}}$，$\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$，$\boxed{\text{ニ}}$ の三つである。このうち，$Q(x)=0$ が
虚数解をもつような a の値は $\boxed{\text{ヌ}}$ 個ある。

解答 （ア） a （イ） b （ウ） 1 （エ） b （オ） a （カ） 1 （キク） -2
（ケ） 5 （コ） 1 $\dfrac{(\text{サ})}{(\text{シ})}$ $\dfrac{7}{3}$ （ス） 6 （セ） 2 （ソ） 2 （タ） 5
（チ） 6 （ツテ） -1 $\dfrac{(\text{ト})}{(\text{ナ})}$ $\dfrac{3}{2}$ （ニ） 2 （ヌ） 2

2 a，b を実数とし，x の整式

$$A=x^4+(a^2-a-1)x^2+(-a^2+b)x+b^3,\quad B=x^2-x-a$$

を考える。A を B で割った商を Q，余りを R とすると，

$$Q=x^2+x+a^{\boxed{\text{ア}}},\quad R=(a+b)x+a^{\boxed{\text{イ}}}+b^{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

(1) $R=x+7$ のとき，$a=\boxed{\text{エ}}$ または $a=\boxed{\text{オカ}}$ である。

(2) $\boxed{\text{キ}}$ と $\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つずつ選べ。

(i) $a<-\dfrac{1}{2}$ は，すべての実数 x に対して $Q>0$ となるための $\boxed{\text{キ}}$。

(ii) $a+b=0$ は，A が B で割り切れるための $\boxed{\text{ク}}$。

⓪ 必要十分条件である ① 必要条件であるが十分条件ではない
② 十分条件であるが必要条件ではない
③ 必要条件でも十分条件でもない

解答 $a^{(\text{ア})}$ a^2 $a^{(\text{イ})}$ a^3 $b^{(\text{ウ})}$ b^3 （エ） 2 （オカ） -1 （キ） ②
（ク） ⓪