$\boxed{1}$ 座標平面上に２点 A$(-4,\ -1)$，B$(2,\ 2)$ がある。

(1) ２点 A，B を通る直線の方程式は $x-\boxed{\text{ア}}y+\boxed{\text{イ}}=0$ である。

(2) 線分 AB を２：１に内分する点の座標は $\left(\boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}}\right)$ で，線分 AB を２：１に外分する点の座標は $\left(\boxed{\text{オ}},\ \boxed{\text{カ}}\right)$ である。

(3) ２点 A，B からの距離の比が２：１である点 P の軌跡を求めよう。

P の座標を $(x,\ y)$ とすると

$$(x+4)^2+(y+1)^2=\boxed{\text{キ}}\{(x-2)^2+(y-2)^2\}$$

である。この式を整理すると

$$x^2+y^2-\boxed{\text{ク}}x-\boxed{\text{ケ}}y+\boxed{\text{コ}}=0$$

となる。よって，求める軌跡は，中心が点 $\left(\boxed{\text{サ}},\ \boxed{\text{シ}}\right)$，半径が $\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$ の円である。この円を C とする。

(4) (3) で求めた円 C と y 軸との交点の座標は $\left(0,\ \boxed{\text{ソ}}\right)$，$\left(0,\ \boxed{\text{タ}}\right)$ である。ただし，$\boxed{\text{ソ}}<\boxed{\text{タ}}$ とする。

点 $\left(0,\ \boxed{\text{ソ}}\right)$，$\left(0,\ \boxed{\text{タ}}\right)$ における C の接線をそれぞれ ℓ_1，ℓ_2 とする。ℓ_1 の方程式は $y=\boxed{\text{チツ}}x+\boxed{\text{テ}}$ であり，ℓ_2 の方程式は $y=\boxed{\text{ト}}x+\boxed{\text{ナ}}$ である。したがって，y 軸と２直線 ℓ_1，ℓ_2 で囲まれた図形の面積は $\boxed{\text{ニ}}$ である。

$\boxed{2}$ 座標平面上の２点 A$(-1,\ 0)$，B$(2,\ 1)$を通る直線を ℓ_1 とする。また，方程式 $x^2+y^2+6x-12y+36=0$ が表す円を C_1 とする。

(1) ℓ_1 の方程式は $x-\boxed{\text{ア}}y+\boxed{\text{イ}}=0$ である。また，C_1 の中心は $\left(\boxed{\text{ウエ}},\ \boxed{\text{オ}}\right)$ で，半径は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(2) C_1 上の点 P$(a,\ b)$ に対して，三角形 ABP の重心 G の座標を $(s,\ t)$ とおくと，$a=\boxed{\text{キ}}s-\boxed{\text{ク}}$，$b=\boxed{\text{ケ}}t-\boxed{\text{コ}}$ である。

したがって，P が C_1 上を動くとき，G の軌跡は中心 $\left(\dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}},\ \dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\right)$，半径 $\boxed{\text{タ}}$ の円となる。

(3) (2) で求めた円を C_2 とする。

点 Q が C_2 上を動き，点 R が線分 AB 上を動くとき，線分 QR の長さの最小値と最大値を求めよう。

C_2 の中心を通り，直線 ℓ_1 と垂直な直線 ℓ_2 の方程式は $\boxed{\text{チ}}x+\boxed{\text{ツ}}y-1=0$ である。

ℓ_1 と ℓ_2 の交点は，線分 AB を $1:\boxed{\text{テ}}$ に内分することがわかる。

よって，ℓ_2 は線分 AB と交わるので，QR の長さの最小値は

$$\frac{\boxed{\text{ト}}\sqrt{\boxed{\text{ナニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}}-\boxed{\text{タ}}$$ である。

QR の長さが最大となるときの R の座標は $\left(\boxed{\text{ネ}},\ \boxed{\text{ノ}}\right)$ である。

したがって，最大値は $\dfrac{\boxed{\text{ハ}}\sqrt{\boxed{\text{ヒ}}}}{\boxed{\text{フ}}}+\boxed{\text{タ}}$ である。