

1 関数 $f(\theta) = 3\sin^2\theta + 4\sin\theta\cos\theta - \cos^2\theta$ を考える。

(1) $f(0) = \boxed{\text{アイ}}$, $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \boxed{\text{ウ}} + \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(2) 2倍角の公式を用いて計算すると, $\cos^2\theta = \frac{\cos 2\theta + \boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ となる。

さらに, $\sin 2\theta$, $\cos 2\theta$ を用いて $f(\theta)$ を表すと

$$f(\theta) = \boxed{\text{キ}} \sin 2\theta - \boxed{\text{ク}} \cos 2\theta + \boxed{\text{ケ}} \dots\dots \textcircled{1}$$

となる。

(3) θ が $0 \leq \theta \leq \pi$ の範囲を動くとき, 関数 $f(\theta)$ のとり得る最大の整数の値 m とそのときの θ の値を求めよう。

三角関数の合成を用いると, ①は

$$f(\theta) = \boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}} \sin\left(2\theta - \frac{\pi}{\boxed{\text{シ}}}\right) + \boxed{\text{ケ}}$$

と変形できる。したがって, $m = \boxed{\text{ス}}$ である。

また, $0 \leq \theta \leq \pi$ において, $f(\theta) = \boxed{\text{ス}}$ となる θ の値は, 小さい順に, $\frac{\pi}{\boxed{\text{セ}}}$,

$\frac{\pi}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

解答 (アイ) -1 (ウ) 2 $\sqrt{\text{エ}}$ $\sqrt{3}$ (オ) 1 (カ) 2 (キ) 2
 (ク) 2 (ケ) 1 (コ) $\sqrt{\text{サ}}$ $2\sqrt{2}$ (シ) 4 (ス) 3 (セ) 4
 (ソ) 2

2 $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$, $0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}$ および関係式 $2\cos^2(\beta - \alpha) = 3\sin(\beta - \alpha) \dots\dots \textcircled{1}$ を満たす α , β

に対して, $y = 4\sin^2\beta - 4\cos^2\alpha$ とおく。

(1) $t = \sin(\beta - \alpha)$ とおくと, ① から $t = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であることがわかる。

$0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$, $0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}$ であるから, $\beta - \alpha = \frac{\pi}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

(2) (1)により $\beta = \alpha + \frac{\pi}{\boxed{\text{ウ}}}$ であるから, 加法定理を用いて, y を α で表すと

$$y = \boxed{\text{エ}} - \boxed{\text{オ}} \cos^2\alpha + \boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}} \sin\alpha \cos\alpha \dots\dots \textcircled{2}$$

となる。

このことから, $y = \boxed{\text{エ}}$ となるのは, $\alpha = \frac{\pi}{\boxed{\text{ク}}}$, $\beta = \frac{\pi}{\boxed{\text{ケ}}}$ のときである。

(3) 2倍角の公式を用いると, ②は $y = \sqrt{\boxed{\text{コ}}} \sin 2\alpha - \boxed{\text{サ}} \cos 2\alpha$ となる。

さらに, 三角関数の合成を用いると $y = \boxed{\text{シ}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}} \sin\left(2\alpha - \frac{\pi}{\boxed{\text{セ}}}\right)$ と変形できる。

このことから, $y = -\sqrt{3}$ となるのは, $\alpha = \frac{\pi}{\boxed{\text{ソタ}}}$, $\beta = \frac{\pi}{\boxed{\text{チ}}}$ のときである。

解答 $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ $\frac{1}{2}$ (ウ) 6 (エ) 3 (オ) 6 (カ) $\sqrt{\text{キ}}$ $2\sqrt{3}$ (ク) 3
 (ケ) 2 $\sqrt{\text{コ}}$ $\sqrt{3}$ (サ) 3 (シ) $\sqrt{\text{ス}}$ $2\sqrt{3}$ (セ) 3
 (ソタ) 12 (チ) 4