

1 s を定数とし、数列 $\{a_n\}$ を次のように定義する。

$$a_1 = \frac{1}{2}, \quad a_{n+1} = \frac{2a_n + s}{a_n + 2} \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad \dots \textcircled{1}$$

(1) $s=4$ とする。 $a_2 = \boxed{\text{ア}}$, $a_{100} = \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) $s=0$ とする。 $b_n = \frac{1}{a_n}$ とおくと、 $b_1 = \boxed{\text{ウ}}$ である。

さらに、 b_n と b_{n+1} は関係式 $b_{n+1} = b_n + \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ を満たすから、 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = \frac{\boxed{\text{カ}}}{n + \boxed{\text{キ}}} \text{ である。}$$

(3) $s=1$ とする。 $c_n = \frac{1+a_n}{1-a_n}$ とおくと、 $c_1 = \boxed{\text{ク}}$ である。

さらに、 c_n と c_{n+1} の関係式を求め、数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めることにより、 $\{a_n\}$ の

一般項は $a_n = \boxed{\text{ケ}} - \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}^{\boxed{\text{シ}}} + 1}$ であることがわかる。

ただし、 $\boxed{\text{シ}}$ については、当てはまるものを、次の ① ~ ④ のうちから一つ選べ。

- ① $n-2$ ② $n-1$ ③ n ④ $n+1$ ⑤ $n+2$

(4) (3) の数列 $\{c_n\}$ について $\sum_{k=1}^n c_k c_{k+1} = \frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}} (\boxed{\text{タ}}^n - 1)$ である。

次に、(3) の数列 $\{a_n\}$ について考える。 $s=1$ であることに注意して、① の漸化式を変形すると $a_n a_{n+1} = \boxed{\text{チ}} (a_n - a_{n+1}) + \boxed{\text{ツ}}$ である。

ゆえに $\sum_{k=1}^n a_k a_{k+1} = \boxed{\text{テ}} + \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{サ}}^{\boxed{\text{ナ}}} + \boxed{\text{ニ}}}$ である。

ただし、 $\boxed{\text{テ}}$ と $\boxed{\text{ナ}}$ については、当てはまるものを、次の ① ~ ④ のうちから一つずつ選べ。同じものを選んでもよい。

- ① $n-2$ ② $n-1$ ③ n ④ $n+1$ ⑤ $n+2$

2 (1) 初項が 0 でない等比数列 $\{a_n\}$ が $a_1 + 2a_2 = 0$ を満たしている。このとき、公比は

$$\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \text{ である。 } a_1 + a_2 + a_3 = \frac{9}{4} \text{ ならば、 } a_4 + a_5 + a_6 = \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カキ}}} \text{ であり、}$$

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} = 57 \text{ となるのは } n = \boxed{\text{ク}} \text{ のときである。}$$

(2) $b_n = pn + q$ で表される数列 $\{b_n\}$ に対して、初項から第 n 項までの和を S_n とする。

$$b_7 = 1, \quad S_{12} = 10 \text{ ならば、 } p = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}, \quad q = \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}} \text{ であり、}$$

$$S_1 + S_2 + \dots + S_{12} = \frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \text{ である。}$$