

1 複素数 z は $z^7=1$ かつ $z \neq 1$ を満たす。 z の偏角を θ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) $z+z^2+z^3+z^4+z^5+z^6$ は $\overset{\text{ア}}{\square}$ である。

(2) $\cos\theta + \cos 2\theta + \cos 4\theta$ は $\frac{\overset{\text{イ}}{\square}}{\overset{\text{ウ}}{\square}}$ である。

解答 (1) (ア) -1 (2) (イ) -1 (ウ) 2

2 0 でない複素数 $z=x+yi$ について、次の問いに答えよ。ここで x は z の実部、 y は z の虚部であり、 i は虚数単位である。

(1) $z + \frac{4}{z}$ の実部と虚部を x, y を用いて表せ。

(2) x が 0 以外の実数全体を動くとき、 $x + \frac{4}{x}$ がとりうる値の範囲を求めよ。

(3) $z + \frac{4}{z}$ が実数で、さらに不等式 $2 \leq z + \frac{4}{z} \leq 5$ を満たすとき、点 (x, y) が存在する範囲を xy 座標平面上に図示せよ。

解答 (1) 実部、虚部の順に $\frac{x(x^2+y^2+4)}{x^2+y^2}, \frac{y(x^2+y^2-4)}{x^2+y^2}$

(2) $x + \frac{4}{x} \leq -4, 4 \leq x + \frac{4}{x}$ (3) [図]

