1 $a>0$ とし，点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ は，y 軸からの距離 d_1 と点 $(2,\ 0)$ からの距離 d_2 が $ad_1=d_2$ を満たすものとする。a が次の値のとき，点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ の軌跡を求めよ。

(1) $a=\dfrac{1}{2}$　(2) $a=1$　(3) $a=2$

解答 (1) 楕円 $\dfrac{9\left(x-\dfrac{8}{3}\right)^2}{16}+\dfrac{3}{4}y^2=1$　(2) 放物線 $x=\dfrac{1}{4}y^2+1$

(3) 双曲線 $\dfrac{9\left(x+\dfrac{2}{3}\right)^2}{16}-\dfrac{3}{16}y^2=1$

2 座標平面において，半直線 $y=-\sqrt{3}\,x$ $(x\leqq 0)$ を ℓ とし，半直線 $y=\sqrt{3}\,x$ $(x\geqq 0)$ を m とする。そして 2 点 P，Q が次の条件 (＊) を満たすとする。

(＊) P は ℓ 上に，Q は m 上にあり，$\mathrm{PQ}=2$ が成り立つ。

さらに，△PQR が PQ を斜辺とする直角二等辺三角形となるように点 R をとる。ただし，R は直線 PQ の上側にあるものとする。

(1) $p\geqq 0$，$q\geqq 0$ として，点 P の座標を $(-p,\ \sqrt{3}\,p)$，点 Q の座標を $(q,\ \sqrt{3}\,q)$ とおく。p と q の間に成り立つ関係式を求めよ。

(2) 点 R の座標を $(X,\ Y)$ とおく。X と Y をそれぞれ p，q を用いて表せ。ただし，$(a,\ b)$ を $(0,\ 0)$ でないベクトルとするとき，$(a,\ b)$ に垂直で大きさが等しいベクトルは，$(-b,\ a)$ または $(b,\ -a)$ であることを用いてよい。

(3) P と Q が条件 (＊) を満たしながら動くときの R の軌跡を C とする。C はある楕円の一部である。その楕円の方程式を求めよ。

(4) $p\geqq 0$，$q\geqq 0$ に注意して，軌跡 C を図示せよ。

解答 (1) $p^2-pq+q^2=1$　(2) $X=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}(p-q)$，$Y=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}(p+q)$

(3) $\dfrac{6+3\sqrt{3}}{2}x^2+\dfrac{2-\sqrt{3}}{2}y^2=1$

(4) [図]